

BAB I

PENDAHULUAN

Suatu persamaan polinomial atas suatu lapangan K dapat ditemukan solusinya secara *radical* (solusi dalam bentuk ekspresi *radical*), jika grup Galoisnya merupakan grup solubel. Ekspresi *radical* yaitu ekspresi yang dibangun oleh koefisien-koefisien polinomial dengan operasi-operasi penjumlahan, pengurangan, pergandaan, pembagian dan penarikan akar-akar pangkat n . Solubilitas grup Galois merupakan kondisi cukup bagi suatu persamaan untuk dikatakan solubel secara *radical* (*Soluble by Radicals*). Oleh karena itu sangat menarik untuk membahas mengenai solubilitas grup Galois dalam penulisan ini. Dalam pembahasan disini digunakan lapangan yang berkarakteristik nol dan fokus pembahasan hanya pada kesolubelan grup Galois sebagai syarat bahwa polinomial dalam suatu perluasan lapangan yang membentuk grup Galois tersebut dapat diselesaikan secara *radical*.

Perluasan *radical* adalah suatu barisan dari perluasan akar-akar ke- n . Perluasan ini mempunyai grup Galois abelian. Grup Galois dari perluasan *radical* tersebut dibentuk dengan menyatukan barisan dari grup-grup abelian. Namun ada kendala dalam membuktikan sifat abelian dari grup Galois tersebut, yaitu pembuat nol dari suatu polinomial dalam grup Galois tersebut harus dibawa ke akar-akar satuannya, disamping itu harus juga dibuat bermacam-macam perluasan menjadi normal, dan untuk selanjutnya baru bisa dibuktikan kesolubelan grup Galoisnya.

Tujuan dari penulisan tugas akhir ini adalah untuk mengenal, mempelajari, dan memahami tentang solubilitas grup Galois.

Pengertian-pengertian mengenai teori grup, ring, lapangan, sublapangan dan polinomial akan dibahas pada Bab II. Disini juga dibahas mengenai subgrup normal dan grup faktor yang nantinya akan sangat berguna dalam memahami tentang kesolubelan suatu grup. Pengertian-pengertian mengenai homomorfisma, isomorfisma, dan automorfisma juga ada dalam bab ini.

Pada Bab III, khususnya subbagian III.1. akan didefinisikan tentang perluasan lapangan K ke suatu lapangan L yang lebih luas. Selanjutnya pada subbagian III.2. akan dibahas mengenai lapangan pemisah, yang merupakan suatu bentuk lapangan perluasan dari suatu lapangan K , serta didefinisikan mengenai normalitas dan separabilitas perluasan lapangan serta akan dibahas juga mengenai *normal closures*, yang merupakan suatu perluasan dari lapangan yang sebelumnya telah diperluas agar menjadi perluasan normal. Pembahasan yang terakhir yaitu pada subbagian III.3. akan dibahas tentang pengertian dan sifat-sifat dari grup solubel, perluasan *radical*, serta akan dibahas mengenai solubilitas grup Galois.